

## Вечный двигатель. Математика. 7-8 класс

1. Дано трехзначное число  $AB\bar{B}$ , произведение цифр которого — двузначное число  $AC$ , произведение цифр этого числа равно  $C$  (здесь, как в математических ребусах, цифры в записи числа заменены буквами; одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). Определите исходное число.

2. Когда три подруги — Надя, Валя и Маша — вышли гулять, на них были белое, красное и синее платья. Туфли их были тех же трех цветов, но только у Нади цвета туфель и платья совпадали. При этом у Вали ни платье, ни туфли не были синими, а Маша была в красных туфлях. Определите цвет платьев и туфель каждой из подруг.

3. Фальшивомонетчик Вася изготовил четыре монеты достоинством 1, 3, 4, 7 квача, которые должны весить 1, 3, 4, 7 граммов соответственно. Но одну из этих монет он сделал некачественно — с неправильным весом. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирек определить "неправильную" монету?

4. Равные отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ , причём  $AO = OD$ . Докажите равенство треугольников  $ABC$  и  $DCB$ .

5. Существует ли система счисления, в которой одновременно

$$3 + 4 = 10 \text{ и } 3 \cdot 4 = 15;$$

6. Из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, надо отлить 4 литра с помощью пустых трехлитрового и пятилитрового бидонов.

7. Докажите, что ни одно из чисел вида  $10^{3n+1}$  нельзя представить в виде суммы двух кубов натуральных чисел.

8. На плоскости нарисовано пять различных окружностей. Известно, что каждые четыре из них имеют общую точку. Докажите, что все пять окружностей проходят через одну точку.